

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**  
**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**  
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 31.
- A2.** Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 14.
- A3.** Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 72:  
Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.
- A4.** α) Σ, β) Λ, γ) Λ, δ) Σ, ε) Λ

**ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Για τη μέση τιμή  $\bar{x}$  είναι:

**α.** 
$$\bar{x} = \frac{\nu_1 \cdot x_1 + \nu_2 \cdot x_2 + \nu_3 \cdot x_3 + \nu_4 \cdot x_4}{10} = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 9}{10} = \frac{40}{10} = 4.$$

- β.** Οι παρατηρήσεις διατεταγμένες σε αύξουσα σειρά είναι:  
1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 9.  
Το μέγεθος του δείγματος είναι  $n = 10$  που είναι άρτιος αριθμός. Έτσι

$$\delta = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4.$$

**γ.**

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{\nu_1 (x_1 - \bar{x})^2 + \nu_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \nu_3 (x_3 - \bar{x})^2 + \nu_4 (x_4 - \bar{x})^2}{10} = \\ &= \frac{2(1-4)^2 + 3(3-4)^2 + 4(5-4)^2 + 1(9-4)^2}{10} = \\ &= \frac{2 \cdot 9 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 25}{10} = \frac{50}{10} = 5. \end{aligned}$$

- B2.** Για να εξετάσουμε αν το δείγμα είναι ομοιογενές υπολογίζουμε το συντελεστή μεταβολής  $cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{25\sqrt{5}}{100} > \frac{10}{100}$ .  
Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

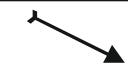

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Η  $f(x) = x^2 - x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με  $f'(x) = 2x - 1$ .

Λύνουμε την εξίσωση:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1/2$$

και κατασκευάζουμε πίνακα μεταβολών της  $f$ .

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
f'	-		+
f			

$$\text{Είναι } f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}.$$

Άρα η  $f$  παρουσιάζει στη θέση  $x = 1/2$ , ελάχιστο  $f(1/2) = 3/4$ .

**Γ2.** Είναι  $f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$ , οπότε  $A(2, 3)$ .

Έστω  $y = ax + \beta$  η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο  $A(2, 3)$ . Τότε θα έχουμε:

$$3 = 2\alpha + \beta \quad (1)$$

$$\text{Όμως } \alpha = f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) βρίσκουμε  $\beta = -3$ .

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης ευθείας ( $\epsilon$ ) στο σημείο  $A(2, 3)$  είναι

$$y = 3x - 3 \quad (\epsilon).$$

**Γ3.**

- Για  $y = 0$  η ( $\epsilon$ ) γράφεται  $3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .  
Επομένως η ( $\epsilon$ ) τέμνει τον  $x'x$  στο σημείο  $B(1, 0)$ .
- Για  $x = 0$  η ( $\epsilon$ ) γράφεται  $y = 3 \cdot 0 - 3 \Leftrightarrow y = -3$   
Επομένως η ( $\epsilon$ ) τέμνει τον  $y'y$  στο σημείο  $\Gamma(0, -3)$ .

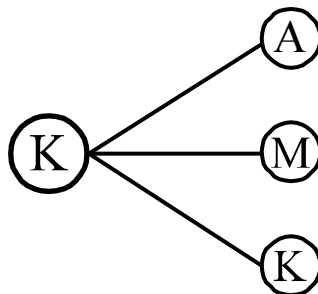
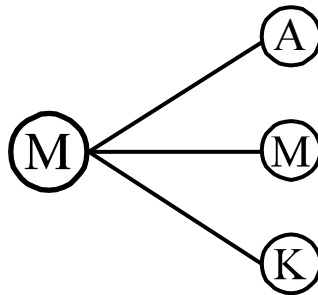
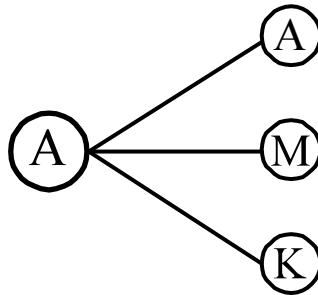
**Γ4.** Είναι:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x-1} &= \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x-1} = \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x-1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \frac{x^2 - x}{(x-1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \frac{x}{(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το πείραμα προκύπτει το εξής δενδροδιάγραμμα:



Έτσι ο αντίστοιχος δειγματικός χώρος είναι:

$$\Omega = \{ AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK \}$$

Δ2.  $A = \{ AM, MM, KM \}$   
 $B = \{ AM, AK, MA, MK, KA, KM \}$

Δ3. α. Από το Δ2 προκύπτει ότι:  
 $N(A) = 3$ ,  $N(B) = 6$ , ενώ  $N(\Omega) = 9$ .

Έτσι είναι:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \text{ άρα } P(A') = 1 - P(A) = \frac{2}{3}.$$

$A \cap B = \{ AM, KM \}$ , με  $N(A \cap B) = 2$ , άρα:

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}.$$

- $A - B = \{ MM \}$ ,  $N(A - B) = 1$ , άρα:  

$$P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}.$$
- $B - A = \{ AK, MA, MK, KA \}$ ,  $N(B - A) = 4$ , άρα:  

$$P(B - A) = \frac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}.$$

**β)** Το  $\Gamma$  είναι υποσύνολο του  $(A \cup B)' = \{AA, KK\}$

$$\text{Άρα } \Gamma \subseteq (A \cup B)' \Rightarrow P(\Gamma) = P\left[(A \cup B)'\right] \Rightarrow P(\Gamma) = \frac{2}{9}.$$

Προκύπτει ότι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η  $P(\Gamma)$  είναι  $\frac{2}{9}$ .